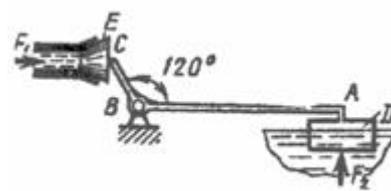


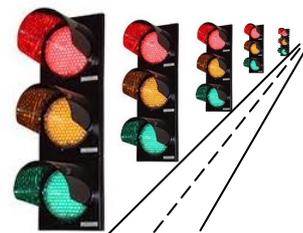
Заключительный тур
«Инженерной олимпиады школьников»
2012-2013 учебного года

1. Поплавковый регулятор уровня, состоящий из двуплечего рычага ABC с поплавком D и запирающего трубопровод клапана E, служит для перекрытия трубопровода в момент заполнения бака водой (см. рисунок). В этот момент плечо AB рычага располагается горизонтально. Приняв $AB=300$ мм, $BC=30$ мм и силу давления воды на клапан $F_1 = 60$ Н, определить значение действующей на поплавок подъемной силы F_2 . Весом частей механизма пренебречь.

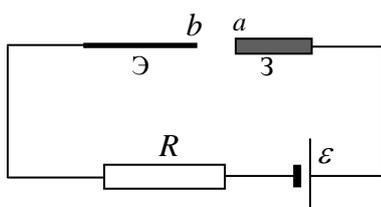


2. Баллон, содержащий некоторое количество кислорода, разрывается при испытаниях при температуре $t_1 = 727^\circ\text{C}$. Такой же баллон, содержащий смесь вдвое меньшего количества кислорода и вчетверо меньшего (по массе) количества неизвестного газа, разрывается при температуре $t_1 = 127^\circ\text{C}$. Какой это газ? $\mu_{\text{O}_2} = 32$ г/моль.

3. Для организации дорожного движения по типу «зеленый коридор» рассматривается следующая модель: вдоль бесконечно длинной дороги на одинаковом расстоянии l стоят светофоры. На каждом периодически включается и через время T выключается красный свет, затем на то же самое время включается зеленый, причем, на каждом следующем светофоре красный свет включается в тот момент, когда на предыдущем включается зеленый. Найти все возможные периоды работы светофоров T , при которых возможно равномерное безостановочное движение машины со скоростью V ? Машина начинает движение со светофора в момент включения на нем зеленого света.



4. «Черный ящик» (коробка с неизвестной схемой) имеет две пары выводов. Если к выводам 1 приложить напряжение U , то идеальный вольтметр, подсоединенный к выводам 2, покажет напряжение $U/2$. Если же напряжение U приложить к выводам 2, вольтметр, подсоединенный к выводам 1, покажет U . Предложить схему «ящика» (такого рода схему принято называть делителем напряжения).



5. Для получения дугового разряда на постоянном токе при электросварке применяется электрическая цепь, показанная на рисунке. Электрическая дуга горит на промежутке $a-b$ между электродом (Э) и металлической заготовкой (З), включенной в цепь. Вольтамперную характеристику дуги (зависимость напряжения на участке $a-b$ U_{a-b} от электрического тока в дуге I) можно приближенно пред-

ставить в виде

$$U_{a-b} = A + \frac{B}{I},$$

($A = 55$ В и $B = 45$ В·А – известные постоянные). При каком максимальном значении сопротивления балластного резистора R будет гореть дуга? Напряжение источника $\varepsilon = 85$ В, все элементы цепи (кроме балластного резистора) омического сопротивления не имеют. Каким будет ток в дуге, если сопротивление балластного резистора составляет половину того максимального значения, при котором горит дуга?



6. Парашютист спускается на землю с раскрытым парашютом. Оценить его скорость. Значения всех необходимых для оценки величин выберите сами, исходя из своих знаний, опыта и здравого смысла.

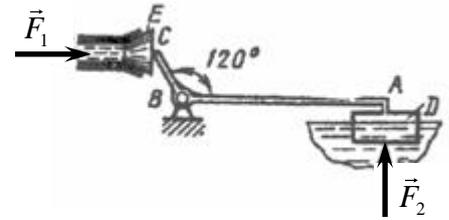
Ответы и решения

1. Условие равновесия рычага (уравнение моментов относительно точки В; см. рисунок) дает

$$F_1 \cdot BC \cos(30^\circ) = F_2 \cdot AB$$

Отсюда находим

$$F_2 = \frac{F_1 BC \cos(30^\circ)}{AB} = 5,2 \text{ Н}$$



2. Из закона Клапейрона-Менделеева находим, предельное давление, которое выдерживает баллон

$$p_0 = \frac{mRT}{\mu_{O_2} V}$$

где $T = 727 + 273 = 1000 \text{ К}$ – начальная абсолютная температура газа в баллоне. Закон Дальтона для смеси газов во втором баллоне в момент его разрыва дает

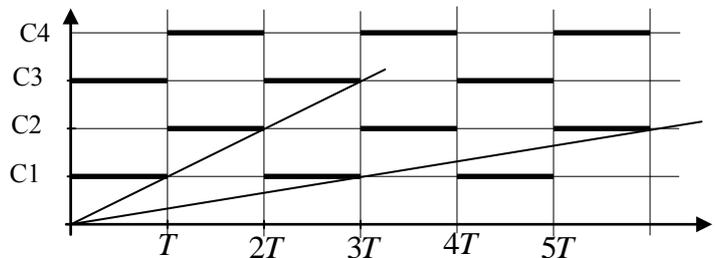
$$p_0 = \left(\frac{m/2}{\mu_{O_2}} + \frac{m/4}{\mu_x} \right) \frac{RT_1}{V}$$

где $T_1 = 127 + 273 = 400 \text{ К}$ – абсолютная температура смеси газов в момент разрыва баллона, μ_x – молярная масса неизвестного газа. Приравняв эти две формулы, получим

$$\mu_x = \frac{\mu_{O_2}}{4} \frac{2T_1}{2T - T_1} = 4 \text{ г/моль}$$

Таким образом, неизвестный газ – это гелий.

3. Задачу удобно решать графически. Построим координатную плоскость, на которой будем строить зависимость координаты машины от времени и на которой покажем области светофоров и интервалы времени, когда светофоры «закрыты». Эта



плоскость показана на рисунке, области работы светофоров (C1, C2, C3 и т.д.) – жирными отрезками, график зависимости координаты машины от времени является наклонной прямой, выходящей из начала координат. Посмотрим, как можно провести такие прямые, которые не пересекают жирные отрезки. Ясно, что прямая, пересекающая область первого светофора в тот момент, когда на нем зажжется первый (после начала движения машины) зеленый после первого красного света не будет пересекать никакой пунктирный отрезок. Поэтому если

$$T_1 = \frac{l}{v}$$

то машина будет двигаться без остановки на светофорах. Ясно также, что любая другая наклонная прямая, пересекающая область первого светофора от момента времени T до момента $2T$ обязательно пересечет какой-нибудь жирный отрезок.

Аналогично прямая, пересекающая область первого светофора в момент $3T$ также не пересечет никакой жирный отрезок. Это определяет второе значение периода работы светофоров, при котором машина может двигаться со скоростью v нигде не останавливаясь

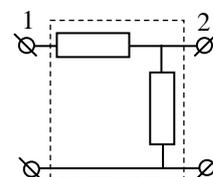
$$T_2 = \frac{l}{3v}$$

И т.д. Поэтому машина будет двигаться без остановки, если

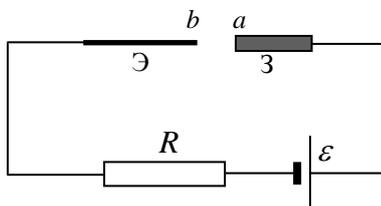
$$T = \frac{l}{v}; \quad \frac{l}{3v}; \quad \frac{l}{5v}; \quad \frac{l}{7v}; \quad \text{и т.д.}$$

Отметим, что если бы число светофоров было конечно, то вместо каждого из приведенных чисел существовал бы некоторый интервал значений периода работы светофоров. Предлагаем читателю рассмотреть такой случай самостоятельно.

4. Внутри черного ящика последовательно соединены два одинаковых сопротивления. Выводы 1 подсоединены к обоим, выводы 2 – только к одному из них.



5. Сумма напряжений на элементах замкнутого контура равна нулю.



Поэтому имеем $\varepsilon = IR + U_{a-b} = IR + A + \frac{B}{I}$. Или

$I^2 R + (A - \varepsilon)I + B = 0$. Решая квадратное уравнение, получим

$$I_{1,2} = \frac{\varepsilon - A \pm \sqrt{(\varepsilon - A)^2 - 4BR}}{2R}$$

Корни существуют, если дискриминант положителен $(\varepsilon - A)^2 > 4BR$. Отсюда находим максимальное сопротивление балластного резистора, при котором будет гореть дуга

$$R_{\max} < \frac{(\varepsilon - A)^2}{4B} = 5 \text{ Ом.}$$

Если $R = R_{\max} / 2$, то ток в дуге определяется уравнением

$$I^2 \frac{(\varepsilon - A)^2}{8B} + (A - \varepsilon)I + B = 0$$

Решая квадратное уравнение, получаем

$$I_{1,2} = \frac{4B(\sqrt{2} \pm 1)}{(\varepsilon - A)\sqrt{2}}$$

Устойчивому горению дуги отвечает корень со знаком «+». Это связано с тем, что при зажигании дуги в промежутке между электродом и заготовкой находятся немного свободных электронов,

вылетевших из электрода при его нагревании благодаря замыканию цепи (чтобы зажечь дугу электродом касаются заготовки вызывая появление тока и нагревание электрода). После этого возникает множественная ионизация молекул воздуха свободными электронами (благодаря чему дуга и светится) и соответственно резкое падение сопротивления разрядного промежутка. Поэтому в результате увеличивается ток и уменьшается напряжение на дуге – устойчивым оказывается корень, отвечающий большему току

$$I = \frac{4B(\sqrt{2} + 1)}{(\varepsilon - A)\sqrt{2}} = 10,3 \text{ А}$$

6. Пусть установившаяся скорость парашютиста v , радиус парашюта r . Тогда при движении парашютист за время Δt разгоняет до своей скорости массу воздуха, равную

$$\Delta m = \rho v \Delta t S$$

(ρ - плотность воздуха), сообщая, следовательно, ей импульс

$$\Delta p = \Delta m v = \rho v^2 \Delta t S$$

Поэтому парашютист действует на воздух с силой

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho v^2 S$$

При установившейся скорости эта сила равна силе тяжести парашютиста mg . Поэтому

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\pi \rho r^2}} \approx 5 \text{ м/с}$$

для значений $m = 10^2$ кг, $g = 10$ м/с², $\rho = 1$ кг/м³ и $r = 3$ м.